EXERCICE 1A.1

On considère une variable aléatoire discrète X qui peut prendre toutes les valeurs entières entre 0 et 7, dont voici la loi de probabilité :

Valeurs de X	0	1	2	3	4	5	6	7	TOTAL
$p\left(X = x_i\right)$	0,223	0,335	0,251	0,126	0,047	0,014	0,003	0,001	1

Calculer :

a. P(X = 0) = **b.** P(X = 5) = **c.** P(X > 5) =

d. P($X \leq 1$) = **e.** P(X < 7) = **f.** P($3 \leq X \leq 5$) =

g. P(3 < X < 5) = **h.** P($X \leq 7$) = **i.** P(X = 8) =

EXERCICE 1A.2

On considère l'expérience suivante : on lance 10 fois successivement une pièce, et on appelle X la variable aléatoire qui correspond au nombre de fois où l'on obtient « FACE ».

Traduire chaque phrase par une expression du type P(X = 2) ou P($X \leq 1$)…

a. La probabilité d'obtenir exactement 4 lancers « FACE » =

b. La probabilité d'obtenir au moins 2 lancers « FACE » =

c. La probabilité d'obtenir plus de 7 lancers « FACE » =

d. La probabilité d'obtenir 3, 4 ou 5 lancers « FACE » =

e. La probabilité d'obtenir moins de 3 lancers « FACE » =

f. La probabilité d'obtenir au plus 5 lancers « FACE » =

g. La probabilité d'obtenir au moins la moitié des lancers « FACE » =

h. La probabilité d'obtenir plus de 1 lancer « FACE » =

i. La probabilité d'obtenir 5 à 9 lancers « FACE » =

j. La probabilité d'obtenir au plus 8 lancers « FACE » =

EXERCICE 1A.3

On admet que la loi de probabilité de l'expérience de l'**EXERCICE 1A.2** est la suivante :

Nombre de « FACE » : X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p\left(X = x_i\right)$	0,001	0,010	0,044	0,117	0,205	0,246	0,205	0,117	0,044	0,010	0,001

Quelle est la probabilité d'obtenir…

a. … exactement 7 lancers « FACE » ?

b. … au moins 8 lancers « FACE » ?

c. … plus de 5 lancers « FACE » ?

d. … moins de 2 lancers « FACE » ?

e. … au moins 1 lancer « PILE » ?

EXERCICE 1A.4

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire au hasard trois boules simultanément, et on appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme des numéros marqués sur ces boules.

a. Quelle sont les différentes valeurs que peut prendre X ?

b. Représenter la loi de probabilité de X dans un tableau.

EXERCICE 1A.5

On lance deux dés à six faces et on appelle X la variable aléatoire égale à la somme des deux dés.

a. Quelle sont les différentes valeurs que peut prendre X ?

b. Donner la loi de probabilité de X.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 1A.1

On considère une variable aléatoire discrète X qui peut prendre toutes les valeurs entières entre 0 et 7, dont voici la loi de probabilité :

Valeurs de X	0	1	2	3	4	5	6	7	TOTAL
$p(X = x_i)$	0,223	0,335	0,251	0,126	0,047	0,014	0,003	0,001	1

Calculer :

a. $p(X=0)=0,223$ **b.** $p(X=5)=0,014$ **c.** $p(X>5)=p(X=6)+p(X=7)=0,004$

d. $p(X\le 1)=0,558$ **e.** $p(X<7)=0,999$ **f.** $p(3\le X\le 5)=0,187$

g. $p(3<X<5)=0,047$ **h.** $p(X\le 7)=1$ **i.** $p(X=8)=0$

EXERCICE 1A.2

On considère l'expérience suivante : on lance 10 fois successivement une pièce, et on appelle X la variable aléatoire qui correspond au nombre de fois où l'on obtient « FACE ».

Traduire chaque phrase par une expression du type $p(X=2)$ ou $p(X\le 1)$…

a. La probabilité d'obtenir exactement 4 lancers « FACE » = $p(X=4)$

b. La probabilité d'obtenir au moins 2 lancers « FACE » = $p(X\ge 2)=p(X>1)$

c. La probabilité d'obtenir plus de 7 lancers « FACE » = $p(X>7)=p(X\ge 8)$

d. La probabilité d'obtenir 3, 4 ou 5 lancers « FACE » = $p(3\le X\le 5)=p(2<X<6)$

e. La probabilité d'obtenir moins de 3 lancers « FACE » = $p(X<3)=p(X\le 2)$

f. La probabilité d'obtenir au plus 5 lancers « FACE » = $p(X\le 5)=p(X<6)$

g. La probabilité d'obtenir au moins la moitié des lancers « FACE » = $p(X\ge 5)=p(X>4)$

h. La probabilité d'obtenir plus de 1 lancer « FACE » = $p(X>1)=p(X\ge 2)$

i. La probabilité d'obtenir 5 à 9 lancers « FACE » = $p(5\le X\le 9)=p(4<X<10)$

j. La probabilité d'obtenir au plus 8 lancers « FACE » = $p(X\le 8)=p(X<9)$

EXERCICE 1A.3

On admet que la loi de probabilité de l'expérience de l'**EXERCICE 1A.2** est la suivante :

Nombre de « FACE » : X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(X = x_i)$	0,001	0,010	0,044	0,117	0,205	0,246	0,205	0,117	0,044	0,010	0,001

Quelle est la probabilité d'obtenir…

a. … exactement 7 lancers « FACE » ? $p(X=7)=0,117$

b. … au moins 8 lancers « FACE » ? $p(X\ge 8)=0,044+0,010+0,001=0,055$

c. … plus de 5 lancers « FACE » ? $p(X>5)=0,246+0,205+0,117+0,044+0,010+0,001=0,623$

d. … moins de 2 lancers « FACE » ? $p(X<2)=0,001+0,010=0,011$

e. … au moins 1 lancer « PILE » ? $p(X\ge 1)=1-p(X=0)=1-0,001=0,999$

EXERCICE 1A.4

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire au hasard trois boules simultanément, et on appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme des numéros marqués sur ces boules.

a. Quelle sont les différentes valeurs que peut prendre X ?

Au minimum, les boules choisies sont la 1, la 2 et la 3 pour une somme de X = 6.

Au maximum, les boules choisies sont la 3, la 4 et la 5 pour une somme de X = 12.

b. Représenter la loi de probabilité de X dans un tableau.

Il serait volumineux de faire un arbre à trois branches avec autant de valeurs.

Identifions les différentes combinaisons :

Pour $X=6$: $(1,2,3),(1,3,2),(2,1,3),(2,3,1),(3,1,2),(3,2,1)$

Pour $X=7$: $(1,2,4),(1,4,2),(2,1,4),(2,4,1),(4,1,2),(4,2,1)$

Pour $X=8$: $(1,2,5),(1,5,2),(2,1,5),(2,5,1),(5,1,2),(5,2,1)$
$(1,3,4),(1,4,3),(3,1,4),(3,4,1),(4,1,3),(4,3,1)$

Pour $X=9$: $(1,2,6),(1,6,2),(2,1,6),(2,6,1),(6,1,2),(6,2,1)$
$(1,3,5),(1,5,3),(3,1,5),(3,5,1),(5,1,3),(5,3,1)$
$(2,3,4),(2,4,3),(3,2,4),(3,4,2),(4,2,3),(4,3,2)$

Pour $X=10$: $(1,3,6),(1,6,3),(3,1,6),(3,6,1),(6,1,3),(6,3,1)$
$(1,4,5),(1,5,4),(4,1,5),(4,5,1),(5,1,4),(5,4,1)$
$(2,3,5),(2,5,3),(3,2,5),(3,5,2),(5,2,3),(5,3,2)$

Pour $X=11$: $(1,4,6),(1,6,4),(4,1,6),(4,6,1),(6,1,4),(6,4,1)$
$(2,3,6),(2,6,3),(3,2,6),(3,6,2),(6,2,3),(6,3,2)$
$(2,4,5),(2,5,4),(4,2,5),(4,5,2),(5,2,4),(5,4,2)$

Pour $X=12$: $(1,5,6),(1,6,5),(5,1,6),(5,6,1),(6,1,5),(6,5,1)$
$(2,4,6),(2,6,4),(4,2,6),(4,6,2),(6,2,4),(6,4,2)$
$(3,4,5),(3,5,4),(4,3,5),(4,5,3),(5,3,4),(5,4,3)$

Pour $X=13$: $(2,5,6),(2,6,5),(5,2,6),(5,6,2),(6,2,5),(6,5,2)$
$(3,4,6),(3,6,4),(4,3,6),(4,6,3),(6,3,4),(6,4,3)$

Pour $X=14$: $(3,5,6),(3,6,5),(5,3,6),(5,6,3),(6,3,5),(6,5,3)$

Pour $X=15$: $(4,5,6),(4,6,5),(5,4,6),(5,6,4),(6,4,5),(6,5,4)$

Il y a donc 120 combinaisons, d'où la loi de probabilité de X :

Valeurs de X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p(X=x_i)$	$\frac{6}{120}$	$\frac{6}{120}$	$\frac{12}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{18}{120}$	$\frac{12}{120}$	$\frac{6}{120}$	$\frac{6}{120}$

EXERCICE 1A.5

On lance deux dés à six faces et on appelle X la variable aléatoire égale à la somme des deux dés.

a. Il serait volumineux de faire un arbre avec 36 branches secondaires.
Identifions les différentes combinaisons pour X variant de 2 à 12 :

Pour $X=2$: $(1,1)$

Pour $X=3$: $(1,2),(2,1)$

Pour $X=4$: $(1,3),(3,1),(2,2)$

Pour $X=5$: $(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)$

Pour $X=6$: $(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)$

Pour $X=7$: $(1,6),(6,1),(2,5),(5,2),(3,4),(4,3)$

Pour $X=8$: $(2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4)$

Pour $X=9$: $(3,6),(6,3),(4,5),(5,4)$

Pour $X=10$: $(4,6),(6,4),(5,5)$

Pour $X=11$: $(5,6),(6,5)$

Pour $X=12$: $(6,6)$

b. Il y a 36 combinaisons, ce qui donne la loi de probabilité suivante :

Valeurs de X	2	3	4	5	6	7	8	9	0	11	12
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$